

BETONS HÆRDNINGSVARME

ERIK RASTRUP

STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT
ex. 5 00821 P
20 JULI 1988

STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT SÆRTRYK NR. 49
I KOMMISSION HOS TEKNISK FORLAG KØBENHAVN 1954

STATENS BYGGEFORSKNINGSINSTITUT

(The Danish National Institute of Building Research)

Borgergade 20, København K. Telefon Palæ 9855

er en selvstændig institution, der ledes af en bestyrelse, udpeget af boligministeren,
er oprettet ved lov nr. 123 af 19. marts 1947,
har til opgave »— at følge, fremme og samordne teknisk, økonomisk og anden
undersøgelses- og forskningsvirksomhed, som kan bidrage til en forbedring og
billiggørelse af byggeriet, samt at udøve oplysningsvirksomhed angående bygge-
forskningens resultater.«

PUBLIKATIONER

Fortegnelsen omfatter kun de ved denne publikations fremkomst endnu ikke udsolgte publikationer. En komplet fortegnelse kan fås ved henvendelse til Instituttet.

Rapporter

er de originale, komplette beretninger om selvstændige forskningsarbejder, som udføres for eller af Instituttet.

Nr. 1: Økonomisk varmeisolering, Poul Becher. 1949. 61 s. A₄. Kr. 7,—. 2. udgave 1950.

Nr. 4: Testing of 11 Danish Concrete Mixers, Johs. Andersen, Per Bredsdorff, Niels H. Krarup, K. Malmstedt-Andersen, Poul Nerenst and Niels M. Plum. 1951. 236 s. A₄. Kr. 25,—.

Nr. 7: Dæk og huse, Niels M. Plum. 1. del: Tekst, 178 s. 2. del: Figurer, 46 s. 1952. A₄. Kr. 20,—.

Nr. 10: Trommelyd, undersøgelse over støj fra gulve, F. Larris. 1952. 28 s. A₅. Kr. 2,50.

Nr. 11: Mørteltilsætningsstoffer til brug ved vinterbyggeri, Henry Dührkop. 1953. 40 s. A₄. Kr. 3,—.

Nr. 12: Luftlyd i beboelsesejendomme, Fritz Ingerslev og Jørgen Petersen. 1954. 40 s. A₄. Kr. 7,—.

Studier

er en blandet publikationsrække, der spænder fra litteraturgengivelser og diskussioner til forskningsprogrammer, foreløbige beretninger o. lign.

Nr. 3: The Predetermination of Water Requirement and Optimum Grading of Concrete under Various Conditions, Niels M. Plum. 1950. 96 s. A₄. Kr. 15,—.

Nr. 9: Hvilken murstens- og blokstørrelse krever mindst arbejdstid ved opmuringen?, Niels M. Plum og Birger Warris. 1952. 26 s. A₄. Kr. 3,—.

Nr. 10: Fejl og mangler ved sanitære installationer i bolig- og fabriksbyggeriet, Ewald A. Olsen. 1953. 21 s. A₄. Kr. 3,—.

Nr. 11: Brandtekniske fejl og mangler i bygninger, H. Høeg. 1954. 20 s. A₄. Kr. 3,—.

Nr. 12: Fejl ved projektering af centralvarmeanlæg, Poul Becher. 1954. 38 s. A₄. Kr. 3,—.

BETONS HÆRDNINGSVARME

Af
civilingeniør Erik Rastrup

INDLEDNING

666.972.015.45 : 536

Størknings- og hærdningsprocessen i en udstøbt beton ledsages som bekendt af en varmeudvikling, den såkaldte hærdningsvarme, der, med undtagelse af udstøbning i svære konstruktioner*) eller i kulde, ikke har større indflydelse på den udstøbte betons kvalitet.

Hvor betonen er udstøbt i svære konstruktioner, er problemet at fjerne den udviklede varme, uden at temperaturspændingerne overskrider de til enhver tid opnåede brudstyrker. Dette opnås ved at anvende en eller anden form for afkøling, evt. benytte en cement med ringe varmeudvikling (lavvarmecement).

Når betonen udstøbes i kulde, er problemet det modsatte, nemlig at bevare betonens varme længst muligt.

Dette er nødvendigt, da betonens styrkeudvikling pr. tidsenhed forøges med betontemperaturen. Det er derfor af stor betydning at bevare hærdningsvarmen så længe som muligt for at opnå den størst mulige styrke, inden betonen fryser.

For at kunne forudsige noget om betons temperaturforløb i tidsrummet umiddelbart efter udstøbningen er det nødvendigt at have kendskab til hærdningsvarmens afhængighed af tiden, betonens temperatur, cementens art, betonens blandingsforhold og dermed dennes vand/cementtal.

Betratger man en bestemt betonblanding til et bestemt tidspunkt under hærdningsprocessen, må varmeudviklingen pr. tidsenhed afhænge af:

- 1) Betonens øjeblikkelige temperatur.
- 2) Den del af processen, der har fundet sted indtil det givne tidspunkt.

*) Ved svære konstruktioner forstås i denne forbindelse betonelementer, hvis mindste dimensioner er større end en meter.

BEREGNING AF BETONENS TEMPERATURFORLØB

Fuldkommen isolation (svære konstruktioner)

Ved svære konstruktioner såsom spærredæmninger er betonen i konstruktionens midte så godt isoleret, at den, ud over hærdningsvarmen, hverken får tilført eller afgiver varme af nævneværdig betydning i det relativt korte tidsinterval, hvor hærdningsvarmen udvikles stærkt. Dette forhold er søgt efterlignet i det adiabatiske kalorimeter, hvori en betonprøve bringes til at storkne, uden at der tilføres varme fra eller afgives varme til omgivelserne. Betonens temperatur vil da være proportional med den såkaldte adiabatiske varmeudvikling.

Dette ses af ligningen

$$V \cdot c_b \cdot R_b \cdot dN = V \cdot C \cdot dQ \quad (1)$$

eller

$$dN = \frac{C}{c_b \cdot R_b} \cdot dQ$$

der udtrykker, at temperaturstigningen dN i tidsrummet dt multipliceret med betonens varmefylde er lig med betonens varmeudvikling indenfor samme tidsrum.

I formlen er:

V = betonens rumfang i m^3

c_b = betonens varmefylde i $\text{kcal}/\text{kg} \cdot {}^\circ\text{C}$

R_b = betonens rumvægt i kg/m^3

C = betonens cementindhold i kg/m^3

Q = betonens hærdningsvarme i kcal/kg cement

N = betonens temperatur i ${}^\circ\text{C}$

t = betonens hærdningstid i timer

Regnes nu varmefylden og rumvægten konstante og integreres (1) fra $t = 0$ til $t = t$, haves, idet $N = N_0$, og $Q = 0$ for $t = 0$

$$\int_{N_0}^N c_b R_b \cdot dN = \int_0^Q C \cdot dQ \quad \text{og} \quad N - N_0 = \frac{C}{R_b c_b} \cdot Q, \quad (2)$$

hvilket betyder, at temperaturstigning og varmeudvikling er proportionale.

Da Q normalt er en funktion af tiden og temperaturen, har man

$$Q = f(t, N) \quad \text{eller} \quad Q = f\left(t, \frac{C}{R_b \cdot c_b} \cdot N\right), \quad (3)$$

hærdningsvarmen Q vil altså kunne udtrykkes som en funktion af tiden alene.

Den normalt anvendte formel er

$$Q = E(1 - e^{-at}), \quad (4)$$

Ved hjælp af ovennævnte ligning er det muligt med anvendelse af de sædvanlige varmeledningsligninger at forudberegne temperaturen til enhver tid i ethvert punkt af et betonlegeme under hærdning. (47 Ca 1), (49-191), (46 L 10), (48 H 31)*)

I svære konstruktioner, hvor temperaturvariationerne imellem de enkelte punkter er afgørende for bygværkets holdbarhed, kan den i det følgende anvendte forudsætning om ensartet temperatur i hele betonmassen følgelig ikke anvendes. Her er det nødvendigt at anvende Fouriers varmeledningsligning som f. eks. beskrevet af H. S. Carslaw og I. G. Jaeger i "Conduction of Heat in Solids" (47 Ca 1) eller af Bertil Löfquist i "Temperatureffekter i hårdnande betong" (46 L 10).

I et retvinklet koordinatsystem lyder Fouriers varmeledningsligning:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\lambda}{R_b c_b} \cdot \left(\frac{\partial^2 N}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} \right) + \frac{C}{R_b c_b} \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (5)$$

hvor λ er betonens varmeledningstal, som er forudsat konstant og ens i alle retninger.

x, y og z er koordinaterne.

$\frac{\partial Q}{\partial t}$ er hærdningsvarmen pr. tidsenhed.

Efter ligning (4) fås:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = a \cdot E e^{-at} \quad (6)$$

*Løsningen af denne ligning kræver yderligere kendskab til randbetingelserne, d.v.s. varmeafgivelsen ved betonens overflade samt til tempe-

*) (47 Ca. 1) o.s.v. henviser til litteraturfortegnelsen.

raturforholdene i betonen i begyndelsesøjeblikket (begyndelsesbetingelserne).

Löfquist har beskrevet differensmetoder, hvorved den ved forsøg fundne adiabatiske hærdningsvarme kan anvendes direkte med sine talværdier.

Ufuldkommen isolation (spinkle konstruktioner)

Udstøbes betonen i spinkle konstruktioner og i kulde, gælder ovennævnte betragtning om den gode isolation ikke, hvilket medfører, at hærdningsvarmen bliver afhængig af temperaturforholdene uden for betonlegemet. Det er her nærliggende at forsøge anvendt den fra fysisk kemi kendte regel, der siger, at reaktionshastigheden fordobles, såfremt den temperatur, hvorved processen sker, forøges med 10°C . Dette leder til følgende ræsonnement:

Ved den konstante temperatur N_a varer en bestemt proces tiden h_a , og ved den konstante temperatur $N = (N_a + n \cdot 10)^{\circ}$ varer den samme proces tiden

$$t = \frac{1}{2^n} \cdot h_a.$$

Ved at eliminere n fås tidstemperaturfunktionen:

$$h_a = 2^{\frac{N-N_a}{10}} \cdot t \quad (7)$$

$$\text{eller } h_a = f_a \cdot t \text{ og } f_a = 2^{\frac{N-N_a}{10}}.$$

f_a kaldes i det følgende temperaturfunktionen og har dimensionen af et rent tal.

Såfremt der findes en tidstemperaturfunktion som f.eks. (7), er det muligt blot ved at indføre denne at sammenligne en kendt proces ved en kendt, konstant temperatur med den samme proces ved en anden tilfældig valgt konstant temperatur. Såfremt processen sker ved en varierende temperatur, kan tidstemperaturfunktionen anvendes til sammenligning med den samme proces ved en kendt konstant temperatur ved at opdele tidsintervallet i så små elementer af længde Δt , at temperaturen kan regnes konstant inden for disse. Den samlede længde af den teoretiske hærdningstid h_a ved den konstante temperatur N_a findes herefter ved summation eller integration.

eller

$$h_a = \sum_0^t f_a \cdot \Delta t \quad (8a)$$

$$h_a = \int_0^t f_a \cdot dt \quad (8b)$$

Ved hjælp af de i det efterfølgende omtalte forsøgsrækker er det rent empirisk sandsynliggjort, at der må findes en sådan tidstemperaturfunktion. Her skal det blot nævnes, at såfremt der foreligger en bestemmelse af en betons hærdningsvarme ved en konstant temperatur N_a , er det muligt ved hjælp af tidstemperaturfunktionen (8a) eller (8b) at beregnes temperaturen til et vilkårligt tidspunkt i et hærdnende betonlegeme, idet tidstemperaturfunktionen medtager hensynet til den del af processen, der har fundet sted.

For at anskueliggøre tidstemperaturfunktionens anvendelse vises, hvordan temperaturforløbet kan beregnes i en spinkel betonkonstruktion under følgende forudsætninger:

EKSEMPEL

FORUDSÆTNINGER

- Betonens temperatur til et bestemt tidspunkt er overalt den samme,
- Isolationslagenes varmeakkumuleringsevne influerer ikke på betonens opvarmning eller afkøling,
- Den omgivende lufts temperatur er overalt den samme,
- Betonens varmfylde og rumvægt ændres ikke under processen,
- Betonens hærdningsvarme Q_a er kendt ved den konstante temperatur N_a i hele tidsperioden og foreligger som en talrække.

De tre betingelser, der giver de nødvendige ligninger, kan nu opstilles.

Betingelserne indenfor overfladen

* I tidsintervallet Δt udvikler betonen hærdningsvarmen $\Delta Q \cdot C \cdot V$ og optager varmemængden $V \cdot c_a \cdot R_a \cdot \Delta N$ på grund af opvarmningen $\Delta N^{\circ}\text{C}$.

Randbetingelserne

I det samme tidsinterval afgiver betonen varmemængden

$$\Sigma kF(N - N_u) \Delta t$$

til omgivelserne. Her er k de enkelte isolationslags transmissionstal, F er disse lags areal, N betonens middeltemperatur og N_u den omgivende lufts middeltemperatur.

Da den afgivne varmemængde er lig den optagne fås

$$\Sigma kF(N - N_u) \Delta t = \Delta Q CV - V c_b R_b \Delta N$$

Begyndelsesbetingelsen

$$N = N_0 \quad Q = Q_0 \quad \text{for } t = 0.$$

Ved summering fra $t = 0$ til $t = t$ og efter nogen regning fås

$$N = N_0 + \frac{C}{c_b R_b} (Q - Q_0) - \sum_0^t a(N - N_u) \Delta t \quad (9)$$

hvor

$$a = \frac{\Sigma kF}{V c_b R_b} \quad (10)$$

kaldes afkølingstallet og har dimension timer⁻¹. Ifølge forudsætning e) er $Q = f(h_a)$ kendt for et

$$\text{givet } h_a = \sum_0^t f_{a,n} \cdot \Delta t_n \quad (f_{a,n} = 2^{\frac{N-N_a}{10}})$$

N_0 og Q_0 er kendte ifølge begyndelsesbetingelsen, hvorefter det er muligt at beregne betontemperaturen N successivt, til tiden Δt_1 er $h_{a,1} = 2^{\frac{N-N_a}{10}} \Delta t_1$ og $Q_1 = Q(h_{a,1})$,

hvorefter

$$N_1 = N_0 + \frac{C}{c_b R_b} (Q_1 - Q_0) - a(N_0 - N_a) \Delta t_1 \quad \text{og } h_{a,2} = h_{a,1} + f_{a,2} \cdot \Delta t_2$$

$$N_2 = N_0 + \frac{C}{c_b R_b} [(Q(h_{a,2}) - Q_0)] - [a(N_1 - N_a) \Delta t_2 + a(N_0 - N_a) \Delta t_1] \quad \text{o.s.v.}$$

EMPIRISK EFTERVISNING AF TIDSTEMPERATURFUNKTIONEN

Tidstemperaturfunktionen søges nu anvendt på tre forsøgsrækker. Den første forsøgsrække stammer fra det amerikanske Portland Cement Association's "Long-Time Study of Cement Performance in Concrete (50 V 4)."

I den anden og tredie forsøgsrække, der er iværksat af Statens Byggeforskningsinstitut, er udelukkende anvendt danske cementer. Den anden forsøgsrække er med bistand fra Cementfabrikernes tekniske oplysningskontor (C.T.O.) udført på F. L. Smith's Laboratorium, og omhandler prøver af ren cementpaster. Den tredie forsøgsrække er udført på Danmarks tekniske Højskoles Laboratorium for Bygningsteknik og omhandler prøver af beton. Cementen for anden og tredie forsøgsrække blev for hver types vedkommende udtaget fra samme charge af den danske cementsfabriks daglige produktion, hvorefter cementen sendtes i lufttæt emballage til de to laboratorier.

Forsøgsrække 1.

Fra Portland Cement Association, U.S.A., foreligger der en meget indgående undersøgelse af hærdningsvarmen hos 27 forskellige amerikanske cementer af portlandtypen (50 V 4). Forsøgene omfatter en række bestemmelser efter oplosningsvarmemetoden samt en række kalorimeterbestemmelser. Disse forsøgsresultater er optegnet for fire af de amerikanske cementer i fig. 1 og 2. Indgangsskemaet nederst til højre benyttes på følgende måde: Fra den lodrette temperaturskala går man vandret ind til den skrællinie, der repræsenterer tiden og derfra lodret op til figurerne. Forudsætningen for at bruge indgangsskemaet er, at cementen er hærdnet ved konstant temperatur. I de enkelte figurer er abscissen $h_a = f_a \cdot t$ og ordinaten hærdningsvarmen Q , hvilket svarer til, at alle forsøgsresultaterne er henført til den konstante hærdningstemperatur $N_a = 0^\circ C$.

Bestemmelserne efter oplosningsvarmemetoden er udført ved den konstante temperatur = $21,1^\circ C$ ($70^\circ F$). Bestemmelserne efter kalorimeter-metoden er udført ved konstante temperaturer på henholdsvis $4,4^\circ C$ ($40^\circ F$), $23,9^\circ C$ ($75^\circ F$), $32,2^\circ C$ ($90^\circ F$) samt $40,6^\circ C$ ($105^\circ F$). Forsøgværdierne, der er bestemt ved oplosningsvarmemetoden, er tegnet som enkelte punkter, da disse er så godt som statistisk uafhængige, hvorimod

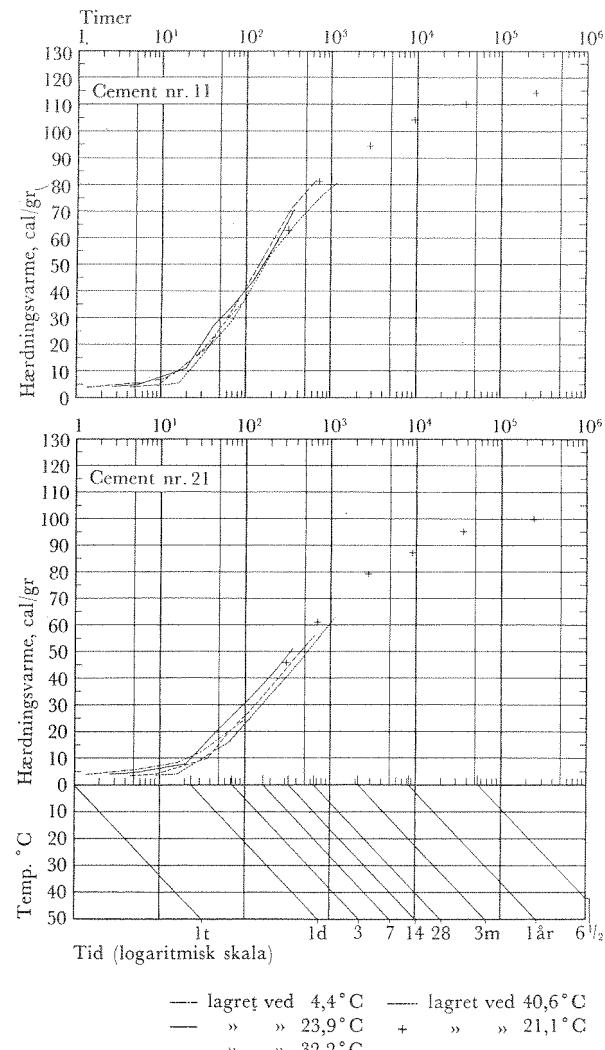
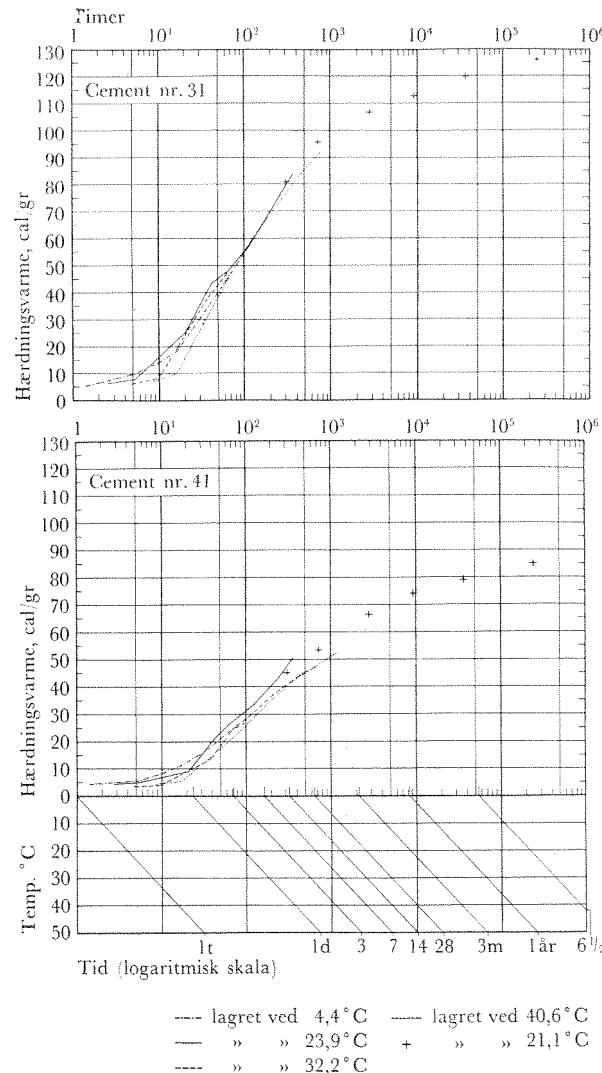


FIG. 1 og 2. Hærdningsvarme for 4 amerikanske Portland cementer afsat ved hjælp af

$$\text{tidstemperatur funktionen } h_0 = 2^{10} \cdot t^{\frac{N}{10}}$$



The heat of hydration of 4 American Portland cements plotted against the time-temperature.

$$\text{function } h_0 = 2^{10} \cdot t^{\frac{N}{10}}. \text{ Water-cement-ratio } w/c = 0,4 \text{ by weight.}$$

forsøgsværdierne fra kalorimeterforsøgene er forbundne med kurver, da de enkelte målinger i hvert forsøg er bygget op på de foregående, og dermed bliver statistisk afhængige af hinanden.

Alle forsøgene er udført med ren cementpasta og med et vand/cementtal på 0,4 efter vægt.

Af fig. 1 og 2 ses, at forsøgsresultaterne for hver cementart samler sig om en bestemt linie, der kan betegnes som kurven for hærdningsvarmen ved 0°C.

Forsøgsrække 2

Fra firmaet F. L. Smidth & Co.'s laboratorium foreligger, som før omtalt, resultatet fra en større forsøgsrække, hvor størstedelen af forsøgene er udført efter oplosningsvarmemetoden med prøverne hærdnet ved konstant temperatur.

Selve bestemmelsen af oplosningsvarmen er sket i overensstemmelse med "British Standards 1370: 1947" for "Low Heat Portland Cement." (47-35).

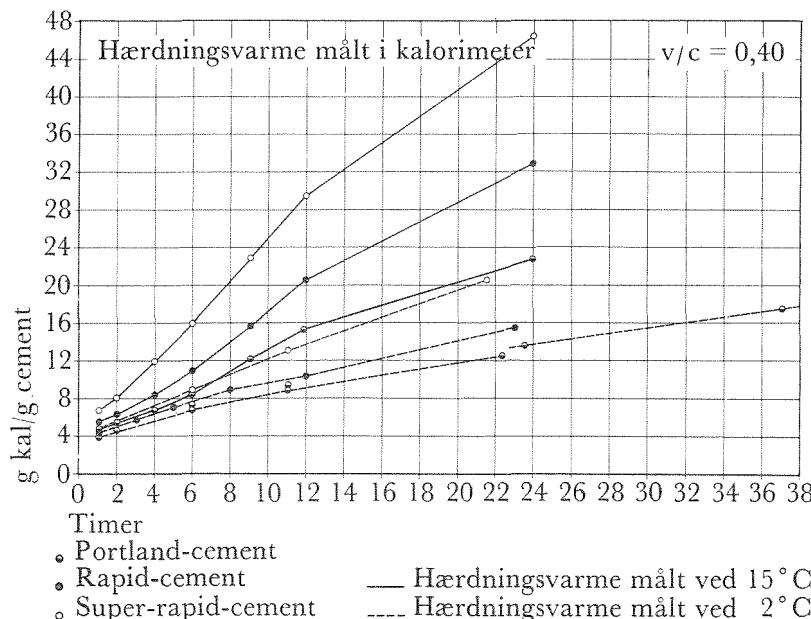


FIG. 3. Hærdningsvarme for 3 danske cementer målt i kalorimeter.

The heat of hydration of 3 Danish cements determined by the calorimeter method.

Da bestemmelsen af oplosningsvarmen er meget vanskelig for de korte hærdningstider, er forsøgene suppleret med direkte bestemmelser i kalorimeter for hærdningstider indtil 24 timer.

Ved alle disse forsøg har vand/cementforholdet været 0,4 efter vægt.

Spredningen for de enkelte forsøgsresultater efter oplosningsvarmemetoden har været 4 cal/g cement for Portland og Rapid-cement og 7 cal/g cement for Superrapidcement.

Resultaterne fra forsøg med hærdningsvarme målt i kalorimeter er angivet på figur 3, der viser hærdningsvarmen ved lagringstemperatur på henholdsvis 2° og 15°C. Samtlige resultater afsættes nu på samme måde som beskrevet under forsøgsrække 1 – se fig. 4 og 5.

Den med punkteret linie indtegnede kurve er bestemt ved formlen:

$$Q = q + E \cdot e^{-ah_0 t^n} \quad (11)$$

hvor konstanterne q , E , a og n er afstemt efter de mindste kvadraters metode.

$h_0 = f_0 t$ og e er grundtallet for den naturlige logaritme.

I tabel 1 er disse samt den herved bestemte spredning på Q opført.

Tabel 1. Konstanterne i ligning (11)

Cementart	q cal/g	E cal/g	a timer ⁿ	n	$s(Q)$ cal/g
Portland	4,3	93,3	13,0	0,5	5,1
Rapid	4,5	93,3	10,8	0,5	3,5
Superrapid	5,5	97,7	9,0	0,5	8,4

Sammenligner man her spredningen $s(Q)$ med den før angivne spredning på Q , ser man, at disse er af samme størrelsesorden.

Af fig. 3 ses her som ved forsøgsrække 1, at resultaterne samler sig om en bestemt linie, der kan betegnes som kurven for hærdningsvarmen ved 0°C.

*

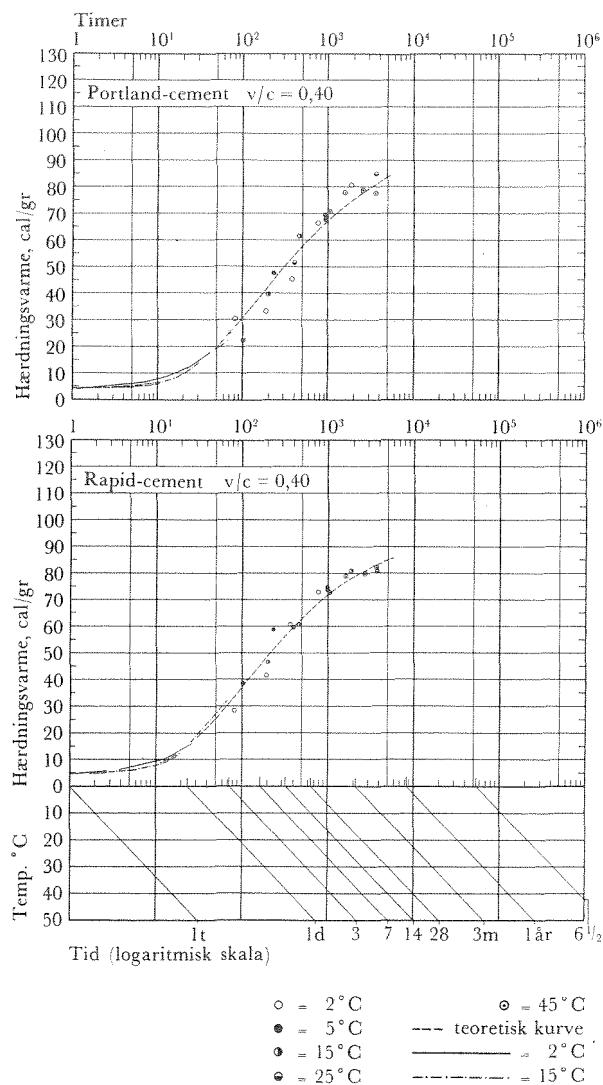


FIG. 4. Hærdningsvarme for dansk Portland-cement og dansk Rapid-cement.
The heat of hydration of Danish Portland cement and Danish Rapid cement.

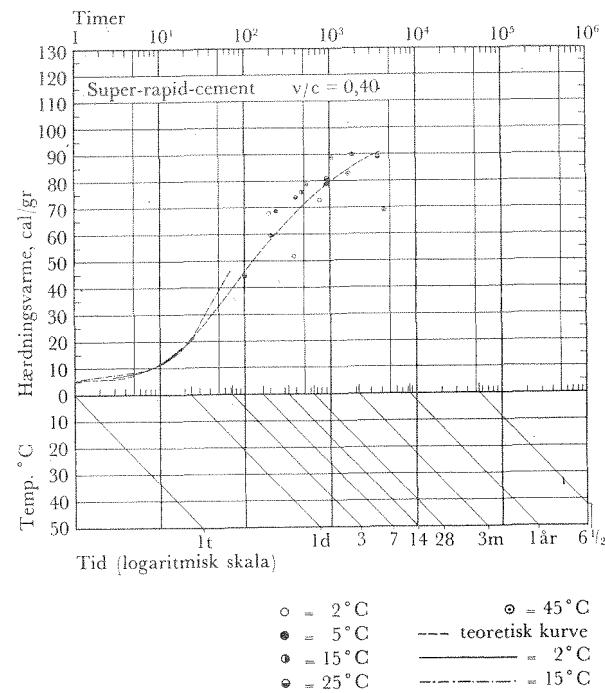


FIG. 5. Hærdningsvarme for dansk Super-rapid-cement.
The heat of hydration of Danish Super-Rapid-Cement.

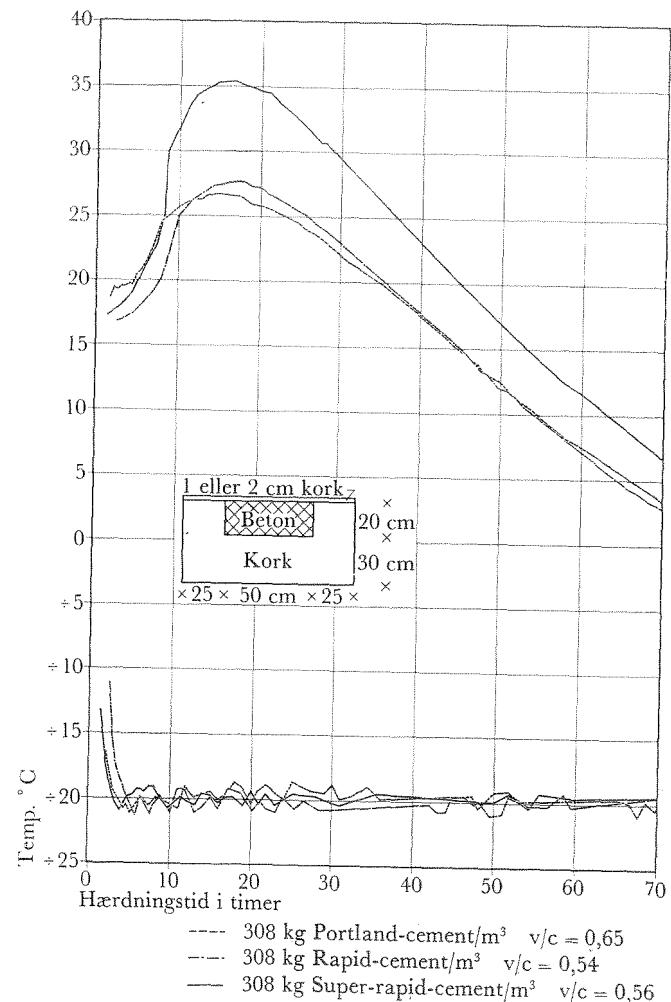
Forsøgsrække 3

For at belyse hærdningsvarmens afhængighed af v/c-forholdet (sammenlign 49–191) udførtes en forsøgsrække på Danmarks tekniske Højskole med beton udstøbt med to forskellige v/c-tal.

I laboratoriets fryserum udstøbtes betonen i korkforme på samme måde som ved almindelig byggepladspraksis i København.

Der udførtes forsøg med to blandingsforhold med henholdsvis 204 og 308 kg cement pr. m³ beton.

Støbematerialerne var sommaterialer, som de normalt anvendes i København. Selve korkformen havde kvadratisk grundflade og tværsnit, som vist på figur 6. Der udførtes forsøg med 1 og 2 cm korkisolering på oversiden. Korkkassen blev før hvert forsøg opvarmet ved stuetemperatur



og først indsatt i det kolde kolerum umiddelbart før udstøbningen, hvorefter det opnås, at korkens nedkøling indvirker mindst mulig på betonproven. De enkelte forsøgsdata fremgår af tabel 1. Betonens temperatur samt kolerummets lufttemperatur blev målt med termo-elementer. Afvigelsen på de enkelte målinger kan anslås til $s = 0,2^\circ\text{C}$.

Betontemperaturen måltes forskellige steder i betonblokken og er for tre forsøg vist på fig. 6. Der førtes kontrol med betonens temperatur ligefrem fra blandingsøjeblikket til forsøgets afslutning.

Betonens rumvægt måltes på prøvecylindre 30 cm høje og 15 cm i diameter, udstøbt af samme beton og vejet umiddelbart efter udstøbningen og igen efter udtørringen, hvorefter cylindrene knustes.

Tabel 2. De anvendte forsøgskombinationer.

	Forsøg nr.	Cement- indhold kg/m ³	v/c	Isolation cm kork	Luft- tempera- tur °C
Portlandcement	3 1	308	0,65	2	-20
	9 11	308	0,65	2	-5
	6 5	308	0,65	1	-20
	10 14	308	0,65	1	-5
	3 1	204	0,92	2	-20
	9 11	204	0,92	2	-5
	6 5	204	0,92	1	-20
	10 14	204	0,92	1	-5
Rapidcement	2	309	0,54	2	-20
	13	309	0,54	2	-5
	7	309	0,54	1	-20
	12	309	0,54	1	-5
	2	204	0,84	2	-20
	13	204	0,84	2	-5
	7	204	0,84	1	-20
	12	204	0,84	1	-5
Superrapidcement	4	309	0,56	2	-20
	8	309	0,56	1	-20
	4	204	0,84	2	-20
	8	204	0,84	1	-20

Betonens tekniske data fremgår af tabellerne 3, 4 og 5.

Ved en omskrivning af ligning (9) findes nu

$$Q = \frac{c_b \cdot R_b}{C} \left[(N - N_0) + \sum_0^t a(N - N_a) \Delta t \right] \quad (12)$$

hvor alle størrelserne på nær Q er kendte, hvorefter Q kan udregnes som en række talværdier med tilsvarende tidsværdier.

Udregnes samtidig

$$h_0 = \sum_0^t 2^{10} \cdot \Delta t,$$

findes betonens varmeudvikling til den konstante temperatur $N_a = 0^\circ\text{C}$ under de side 5 nævnte forudsætninger, idet dog den særlige bestemmelse af afkølingstallet a medvirker til en noget bedre bestemmelse end forudsætningerne giver anledning til.

Tabel 3. Forsøgsbetonens sammensætning.

Cementens art	Cement kg/m ³	Sten + grus kg/m ³ S	Vand kg/m ³ V	v/c efter vægt	Sætmål (middel- tallet) cm
Portlandcement	204	1978	188	0,92	3
	208	1862	200	0,65	5
Rapidcement	204	1974	172	0,84	4
	309	1873	168	0,54	3
Superrapidcement	204	1974	172	0,84	1
	309	1869	172	0,56	2

Rumvægten fandtes til:

Portlandcement	R_b (våd) = 2370 kg/m ³
	R_b (tør) = 2350 –
Rapid og Super- rapidcement	R_b (våd) = 2350 –
	R_b (tør) = 2330 –

Den fundne 28 døgns styrke fremgår af tabel 4.

Tabel 4. Trykstyrker for 30 cm cylindre kg/cm².

Cementindhold kg/m ³	Portland- cement	Rapid- cement	Superrapid- cement
c 300	230 ± 10	290 ± 15	280 ± 15
c 200	160 ± 10	165 ± 15	185 ± 15

Sten- og grusmaterialernes varmefylde blev bestemt på Fysisk Laboratorium I, Danmarks tekniske Højskole, til $c_s = 0,200 \pm 0,005 \text{ cal/g} \cdot \text{C}^\circ$.

Den friske betons varmefylde $c_{våd}$ udregnes direkte af de enkelte komponenters bidrag efter formlen:

$$c_{våd} \cdot R_b \text{ våd} = c_c \cdot C + c_s \cdot S + c_v \cdot V \quad (12)$$

Her sættes varmefylderne c_c og c_s til 0,20 kcal/kg°C og $c_v = 1,0 \text{ kcal/kg}^\circ\text{C}$.

Den afbundne betons varmefylde $c_{tør}$ udregnes på samme måde men blot ved at anvende den specifikke varmefylde $c_c = 0,1$ for cement*), og det med rumvægtssvindet reducerede vandindhold. De fundne værdier er opført i tabel 5.

Tabel 5. Varmefylder for de anvendte betoner.

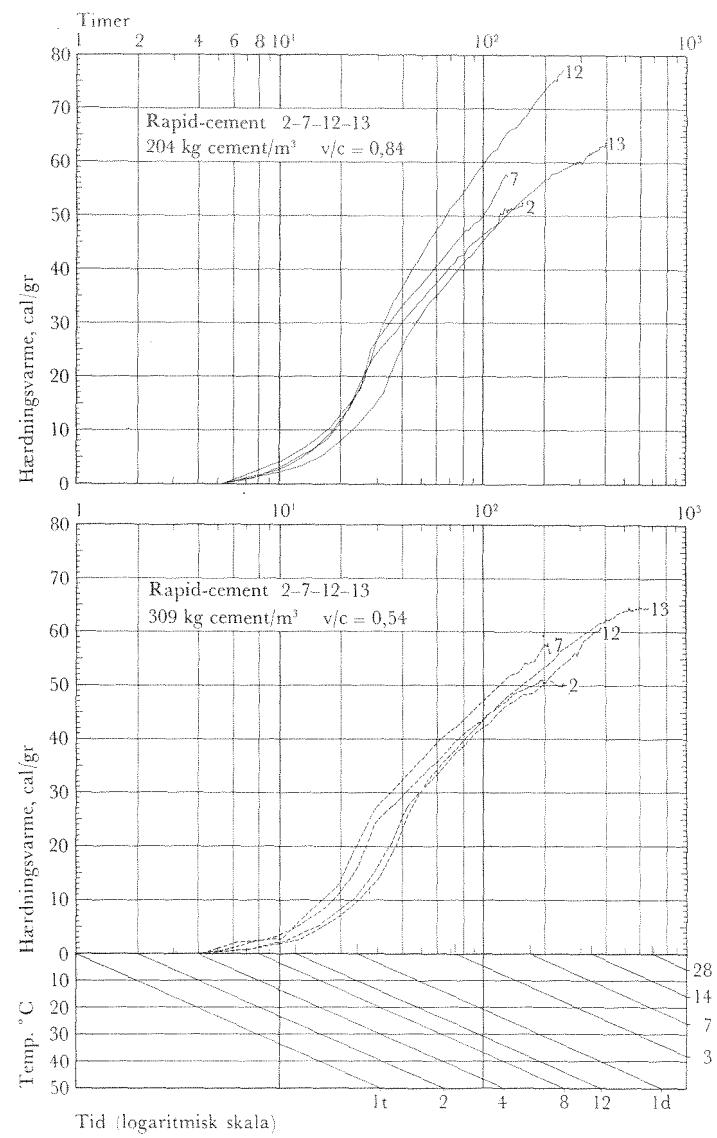
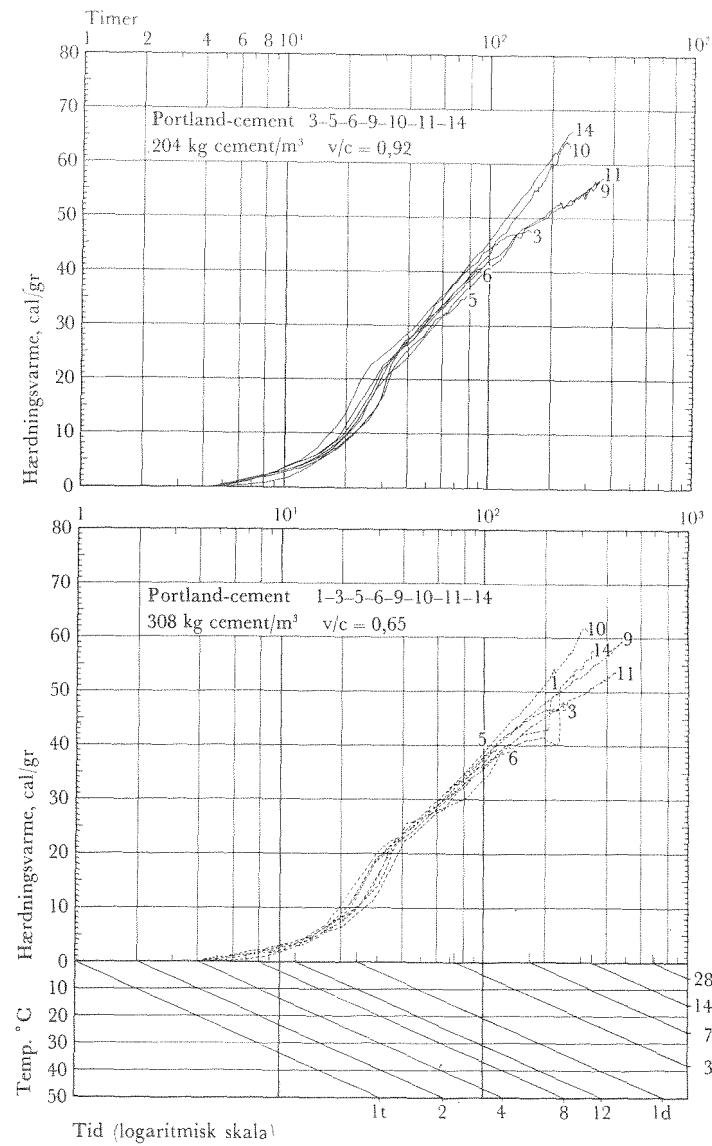
Cementart	mængde kg/m ³	$c_b \cdot R_b$ kcal/m ³ °C			$c_b \cdot$ kcal/kg °C		
		våd	tør	middel	våd	tør	middel
Portland	204	624	584	604	0,263	0,249	0,256
	308	634	583	609	0,267	0,248	0,258
Rapid	204	608	567	588	0,244	0,258	0,251
	309	605	554	580	0,257	0,238	0,248
Superrapid	204	618	577	598	0,263	0,247	0,250
	309	608	557	583	0,258	0,239	0,249

Afkølingskonstanten a er fundet ved forsøg med hærdnet beton under samme betingelser som ved de beskrevne forsøg. Ved hjælp af ligning (9) og under forudsætning af $Q = 0$ er a fundet til

$$a = 0,0243 \text{ } h^{-1} \text{ for 1 cm kork}$$

$$a = 0,0164 \text{ } h^{-1} \text{ for 2 cm kork}$$

*) Löfquist (46 L10)



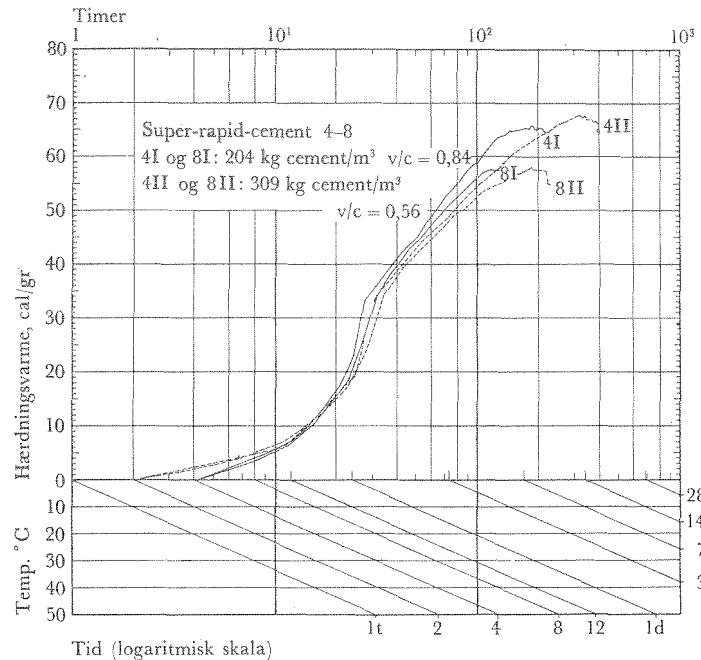


FIG. 9. Hærdningsvarme for dansk Super-rapid-cement.
The heat of hydration of Danish Super-Rapid-cement.

Idet den hærdnede beton har en mindre varmefylde og rumvægt, er de fundne værdier revideret i overensstemmelse hermed og det reviderede

$$a = 0,0234 \text{ } h^{-1} \text{ for } 1 \text{ cm kork}$$

$$a = 0,0158 \text{ } h^{-1} \text{ for } 2 \text{ cm kork}$$

I figur 7, 8 og 9 er Q afbildet som funktion af h_0 på samme måde som i fig. 1, idet forsøg med samme vand/cementtal og cementart er afsat i samme figur.

Det ses heraf, at der på enkelte undtagelser nær er god overensstemmelse, d.v.s. at det er sandsynligt, at der eksisterer en tidstemperaturfunktion af den i formel (8) nævnte art.

Det ses endvidere, som vist i fig. 10 og 11 at hærdningsvarmen pr. kg cement vokser med vand-cementtallet, hvilket er i overensstemmelse med det i (49–190) angivne.

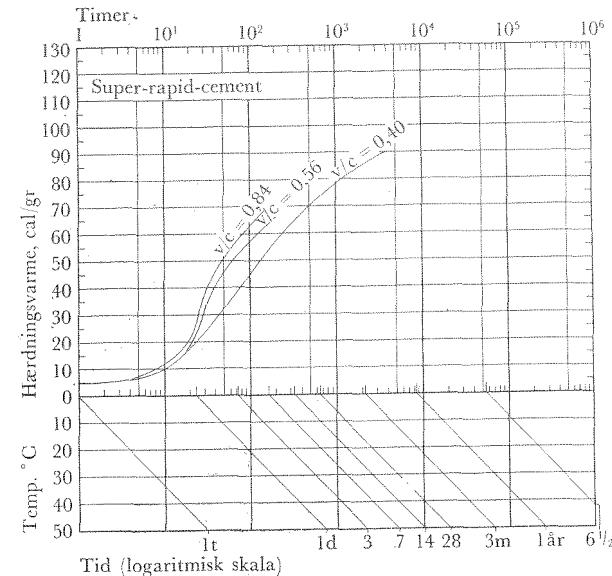


FIG. 10. Hærdningsvarme for dansk Super-rapid-cement (middeltal for 3 forskellige v/c-forhold).
The heat of hydration of danish Super-Rapid-cement (average for 3 different water/cement-ratios.)

I udregningen af Q er der ikke taget hensyn til varmfylden og rumvægtens variation, da dette kræver en hel forsøgsrække for sig. Den fejl, der derved indføres, må have den maximale størrelsesordenen

$$\Delta Q = \frac{\Delta(c_b \cdot R_b) N}{C} = \frac{(624 - 584) 15}{204} = 2,9 \text{ kcal/kg} \quad (14)$$

BETONSTYRKENS AFHÆNGIGHED AF HÆRDNINGSTID OG HÆRDNINGSTEMPERATUR

Ud fra det foregående, hvor det er vist, at der må eksistere en tids-temperaturfunktion, og ud fra de erfaringer, som Verbeck (50 V 4) og Powers (49 P 26) har gjort, er det muligt at fastslå, at den tidstemperaturfunktion, der gælder for en cements hærdningsvarme, også må gælde for den samme cements styrkeudvikling.

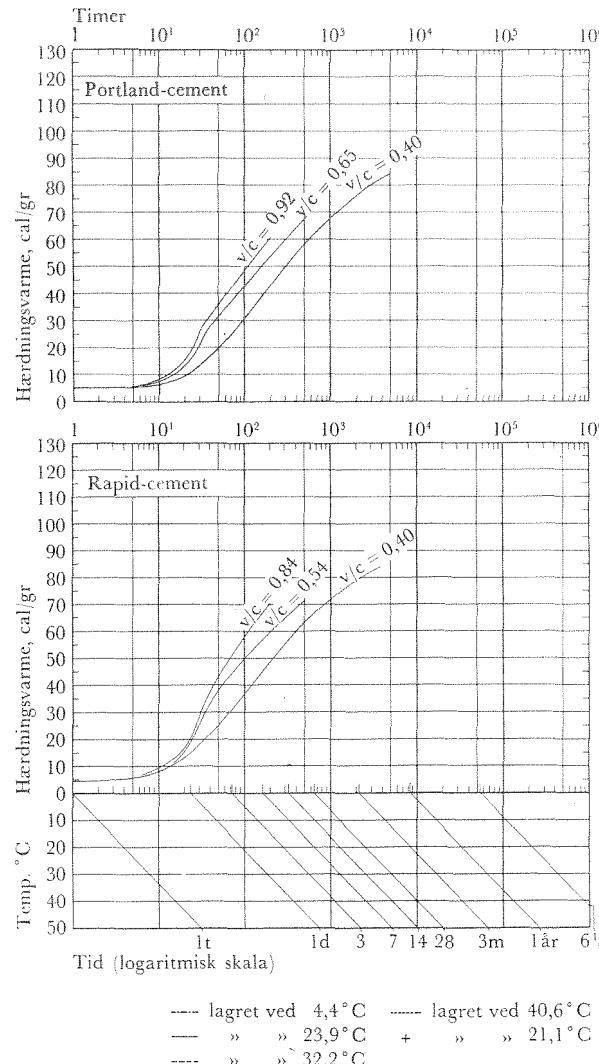


FIG. 11. Hærdningsvarme for dansk Portland-cement og dansk Rapid-cement (middeltal for 3 forskellige v/c-forhold).

Heat of hydration of Portland-cement and Rapid-cement (average for 3 different water/cement-ratios).

Både Verbeck (50 V 4) og Power (49 P 26) benytter sig af det samme mål for, hvor langt betonen er i hærdningsprocessen, idet de begge karakteriserer dette ved mængden w_n (g vand/g cement) af ikke fordampeligt vand, som findes i betonen efter at have været tørret ved 23°C til konstant vægt i en udtørnings disicotor.

Verbeck har vist, at hærdningsvarmen med god nøjagtighed følger ligningen

$$Q = 500 w_n \quad (15)$$

Powers har ved forsøg estervist, at cementpastaens styrke er en funktion af w_n/w_0 , hvor w_0 er v/c-forholdet.

Relationen kan skrives på formen

$$\sigma = \alpha \cdot x^\beta \quad (16)$$

$$\sigma = \text{trykstyrken i kg/cm}^2 \quad x = \frac{\gamma \cdot w_n}{\delta w_n + v/c} \quad (\text{The gel-space ratio}) \quad (17)$$

α , β , γ og δ er konstanter afhængige af cementens sammensætning, grusets art m.v. De af Powers (49 P 26) fundne talværdier har givet en ganske god overensstemmelse med danske erfaringer.

Betrages nu et givet betonlegeme, har man altså under hærdningsprocessens forløb

$$\sigma = f_1(w_n) \quad w_n = f_2(Q) \quad Q = f_3(h)$$

hvor h er tidstemperaturfunktionen.

$$h = f_4(N, t) = \left(\int_0^t f_a \cdot dt \right),$$

hvilket svarer til

$$\sigma = f_5(h) \quad (18)$$

altså er betonens styrkeudvikling en funktion af den samme tidstemperaturfunktion som hærdningsvarmen Q .

Sauls modenhedstal.

Saul (51 S 14) har for betonstyrkernes vedkommende foreslægt at anvende et modenhedstal som parameter for, hvor langt betonen er i hærdningsprocessen. Saul har foreslægt at anvende produktet af betontemperaturen i °C og tiden i døgn som modenhedstal. Bergstrøm (53 B 8) har senere foreslægt at addere 10° til temperaturen hvorfed modenhedstallet kan udtrykkes ved følgende:

$$M = \Sigma(N+10) \Delta t \text{ døgn } ^\circ\text{C} \quad (19)$$

hvoraf følgende tidstemperaturfunktion kan udledes:

$$h_a = \frac{\Sigma(N+10)\Delta t}{(N_a+10)} = \Sigma f_a' \Delta t \text{ døgn (evt. timer)} \quad (20)$$

$$f_a' = \frac{N+10}{N_a+10}$$

hvor N_a er den temperatur, processen ønskes henført til.

I figur 12 er de to temperaturfunktioner optegnet for $N_a = 15^\circ\text{C}$.

Det fremgår heraf, at forskellen er ringe, så længe betontemperaturen ikke overstiger $20-25^\circ\text{C}$.

I figur 12 og 13 er to af de amerikanske cementers hærdningsvarme tegnet op ved anvendelse af de to ovenfor angivne tidstemperaturfunktioner. Det fremgår heraf, at funktionen

$$f_0 = 2^{\frac{t-N}{10}} \quad (8)$$

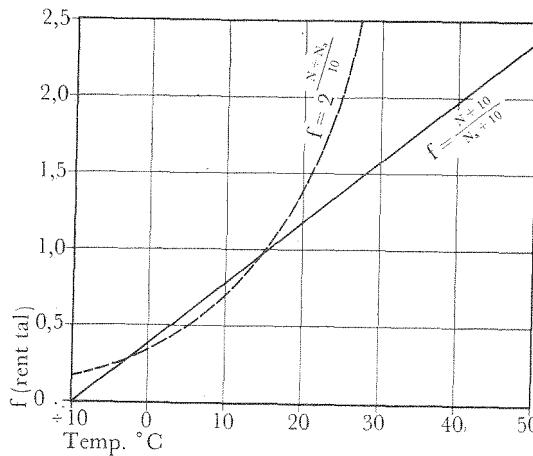


FIG. 12. De to omtalte temperatur-funktioner optegnet for $N_a = 15^\circ\text{C}$.
The two temperature-functions plotted for $N_a = 15^\circ\text{C}$.

tilsyneladende giver den bedste tilnærmelse. Der må dog her gøres opmærksom på, at de her omtalte forsøgsrækker kun dækker temperaturintervallet $+2^\circ$ til $+45^\circ\text{C}$, og at man meget vel uden for dette interval kan finde bedre egnede tidstemperaturfunktioner.

Tabel 6. Hærdningsvarme for $N_a = 0^\circ\text{C}$.

h_0 timer	Q kcal/kg cement		
	Portland v/c=0,65	Rapid v/c=0,54	Super-Rapid v/c=0,56
4	0	0	0
5	0,4	0,5	0,8
6	0,8	1,0	1,5
7	1,2	1,5	2
8	1,6	2,0	2,5
9	2,0	2,5	3
10	2,5	3,0	4
11	3	3,5	5
12	3,5	4,0	6
13	4	4,7	7
14	4,5	5,5	7,5
15	5	6	8
16	5,5	7	9
17	6	8	10
18	7	9	11
19	7,5	9,5	12
20	8	10	13
22	10	12	15
24	11,5	14	18
26	13	16,5	20
28	15	18,5	23
30	16,5	21	27
32	18,5	22,5	31
34	20	24,5	32,5
36	21,5	26	34
38	22,5	27	35
40	23	28,5	36
45	25	31	38,5
50	26,5	32,5	41
55	28	34	42
60	29,5	36	43
70	32	38,5	46
80	34	41	48
90	36	42,5	50
100	37,5	44	52
110	39	46	53
120	40	47	54

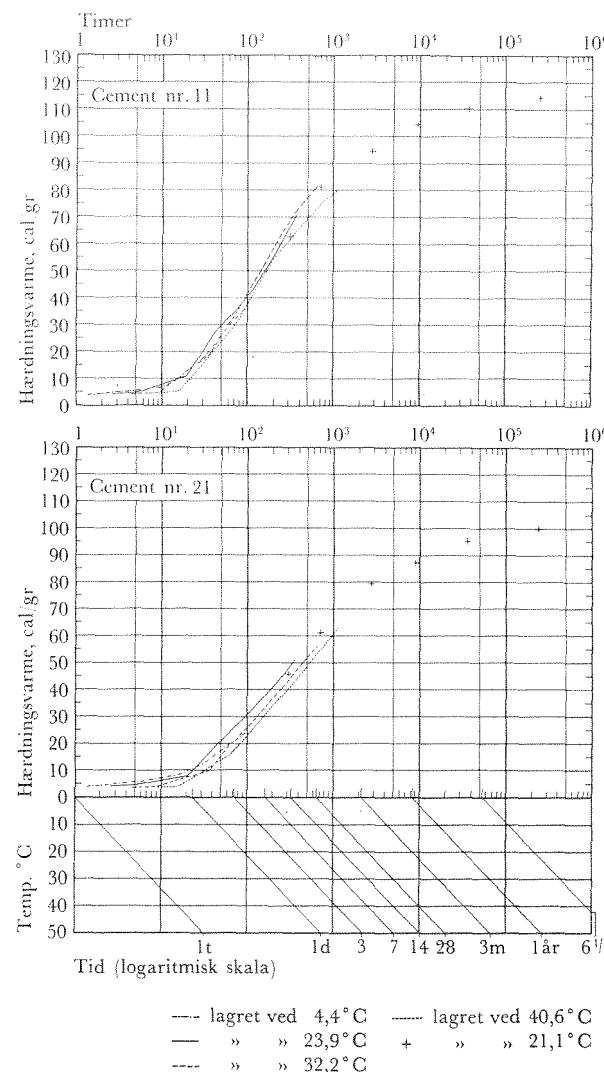


FIG. 13. Hærdningsvarme efter P.C.A. afsat ved hjælp af tidstemperaturfunktionen

$$h_0 = 2^{\frac{N}{10}} \cdot t$$

The heat of hydration found by P.C.A. plotted against the time-temperature-function $h_0 = 2^{\frac{N}{10}} \cdot t$.

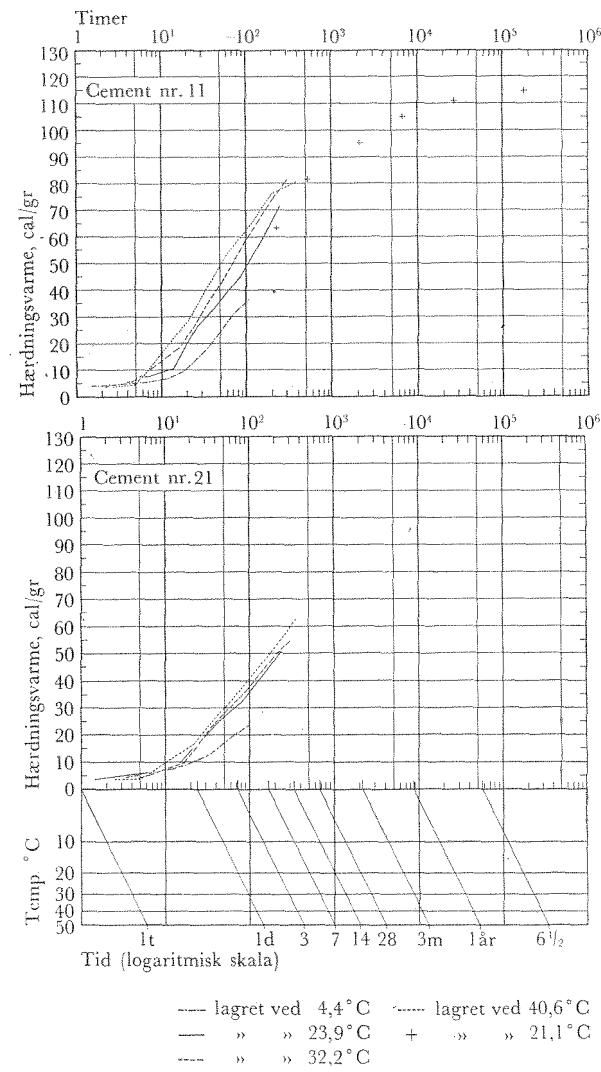


FIG. 14. Hærdningsvarme efter P.C.A. afsat ved hjælp af tidstemperaturfunktionen

$$h_0 = \frac{N+10}{10} \cdot t$$

The heat of hydration found by P.C.A. plotted against the time-temperatur-function $h_0 = \frac{N+10}{10} \cdot t$.

Tabel 7. Værdien af temperaturfunktion $f = 2^{\frac{N-N_a}{10}}$

C°	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9
-10	0,177	0,165	0,154	0,144	0,134	0,125	0,117	0,109	0,102	0,095
0	0,354	0,330	0,308	0,287	0,268	0,250	0,233	0,218	0,203	0,189

C°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0,354	0,379	0,406	0,435	0,467	0,500	0,536	0,574	0,616	0,660
10	0,707	0,758	0,813	0,871	0,933	1,000	1,072	1,148	1,231	1,320
20	1,414	1,516	1,625	1,741	1,866	2,000	2,143	2,297	2,462	2,639
30	2,828	3,031	3,249	3,483	3,732	4,000	4,287	4,595	4,925	5,278

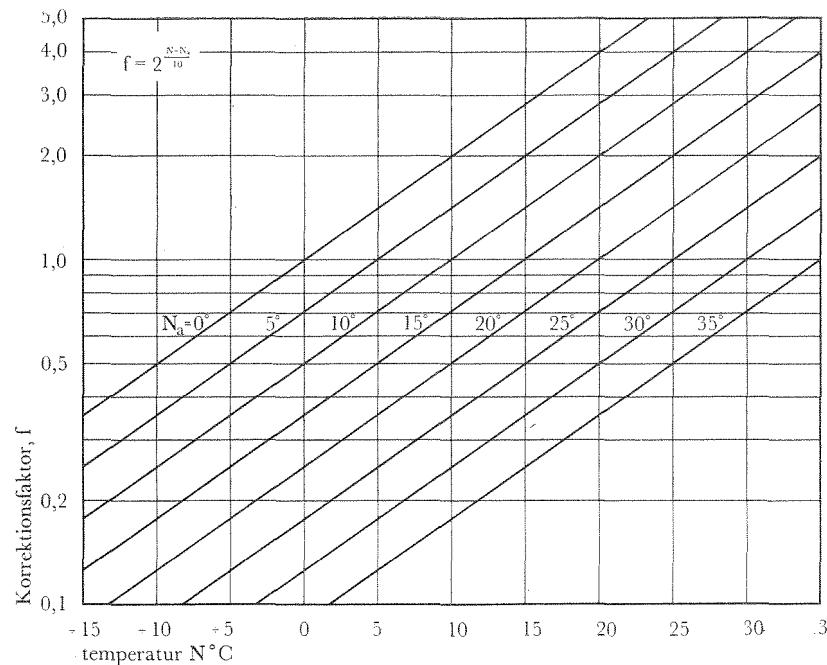
FIG. 15. Diagram for temperatur-funktionen for forskellige værdier af N_a .

Diagram for determination of the temperature-function $t = 2^{\frac{N-N_a}{10}}$.

LITTERATURFORTEGNELSE

- (46 L 10) Temperatureffekter i hårdnande betong. Bertil Löfqvist. Tekniska meddelanden från Kungl. Vattenfallsstyrelsen. Serie B nr. 22. Stockholm, Juli 1946. 195 sider. 98 litteraturhenvisninger.
- (47-35) British Standard Specification for Low Heat Portland Cement. No. 1370-1947. British Standards Institution. London, April 1947. 36 sider.
- (47 B 19) The Chemistry of Portland Cement. R. H. Bogue. Reinhold Publishing Corp. New York, 1947. 572 sider.
- (47 Ca 1) Conduction of Heat in Solids. H. S. Carslaw and J. G. Jaeger. Oxford at the Clarendon Press, 1947.
- (48 H 25) Statistiske metoder. A. Hald. Det private Ingenørfond. København, 1948. 654 sider.
- (48 H 31) Die Temperaturverteilung im Beton. Kurt Hirschfeld. Springer-Verlag. Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1948. 154 sider.
- (49-191) Investigations of Portland Cements. Boulder Canyon Project, final reports. United States Department of the Interior Bureau of Reclamation. Part VII – Cement and Concrete Investigations Bulletins 1, 2, 3, 4. Denver, 1949. 530 sider.
- (49 P 26) The Air Requirement of Frost-Resistant Concrete. T. C. Powers. Research Laboratories of the Portland Cement Association. Bulletin 33. Washington, 1949.
- (50 V 4) Long-Time Study of Cement in Concrete. Chapter 6. – Heats of Hydration of the Cements. G. J. Verbeck and C. W. Foster. ASTM Proceedings. Philadelphia, 1950. Vol. 50, side 1235-1262. 12 litteraturhenvisninger.
- (51 S 14) Principles underlying the steam curing of concrete at atmospheric pressure. A. G. A. Saul. Cement and Concrete Association, Research and Development Division. Magazine of Concrete Research. London, Marts 1951, no. 6, side 127-135. 5 litteraturhenvisninger.
- (53 B 8) Lagringstemperatur, Lagringstid och betonghållfasthet. G. Bergström »Betong« nr. 1. Stockholm 1953.
- (54 R 1) Heat of hydration in concrete. Erik Rastrup. Cement and Concrete Association, Research and Development Division. Magazine of Concrete Research. London september 1954 no. 17, side 79-82.

CONCLUSIONS:

1. In the preceding report it has been shown that the heat of hydration of a variable temperature process can be compared with the same process at a predetermined constant temperature by means of the time-temperature function
$$h_a = \int_0^t f_a \cdot dt \quad (f_a = 2 \cdot 10^{N-N_a})$$
2. By means of a test series conducted with 3 different values of the w/c ratio, it is shown that the heat of hydration per kg of cement at a given value of the time-temperature function varies with the w/c ratio.
3. Using data from reports by VERBECK and POWERS, the author has extended the use of his time-temperature function, developed as a heat of hydration relationship to include the strength development of concrete.
4. When size, shape and insulation of a concrete specimen are known together with mix proportions and properties of the cement especially with regard to development of heat of hydration as a function of time at a constant temperature it is possible to predict the temperature curve during hardening.
5. If the temperature is recorded during hardening and the abovementioned properties are known with the exception of the heat of hydration as function of time, the latter can be computed and converted to relate to constant temperature.

Anvisninger

er praktiske vejledninger, beregnet på direkte brug i det daglige arbejde ved projektering, fabrikation eller byggeri. De kan være udfærdiget dels på grundlag af Instituttets egne arbejder, dels ud fra andres undersøgelser fra ind- eller udland. De søges tilpasset efter de stedlige og aktuelle forhold og holdt i en ikke-videnkabelig udtryksform, tilgængelig for de pågældende faglige kredse.

- Nr. 3: *Akustisk regulering af gymnastiksale*, Poul Becher. 1950. 4 s. A₄. Kr. 1,-.
- Nr. 5: *Bedre varmeisolering er billigere*. 1950. 47 s. A₄. Kr. 3,-.
- Nr. 6: *Fugt i nye huse* (plakat til ophængning). 1949. A₄. Kr. 5,- pr. 100 expl.
- Nr. 7: *Fugt og isolering*, Poul Becher og Vagn Korsgaard. 1951. 107 s. A₅. Kr. 4,-.
- Nr. 8: *Brug og valg af betonblandere*, Niels H. Krarup og K. Malmstedt-Andersen. 1951. 66 s. A₅. Kr. 3,-.
- Nr. 10: *Kunstig belysning på byggepladser*, Jens Thorsen og Mogens Voltelen. 1953. 2. udgave. 20 s. A₅. Kr. 2,-.
- Nr. 11: *Omsætningsmål for trædimensioner*. 1952. 1 s. A₄. (Gratis).
- Nr. 12: *Valg af dæk*, Fleming Nielsen. 1952. 48 s. A₅. Kr. 2,-.
- Nr. 13: *Byggeprisens bestanddele beregnet ved et 3-etagers boligbyggeri i provinsen i april 1951*. 1952. 28 s. A₅. Kr. 2,-.
- Nr. 14: *Forbedring af stalde, varmeisolering og ventilering*, Poul Becher og Vagn Korsgaard. 1952. 44 s. A₅. Kr. 2,-.
- Nr. 17: *Betonstøbning om vinteren*, Poul Nerenst, Erik Rastrup og G. M. Idorn. 1953. 108 s. A₅. Kr. 8,-.
- Nr. 18: *Maling af eternit*. 1953. 15 s. A₅. Kr. 1,50.
- Nr. 19: *Isoler!* 1954. 8-sidet folder, A₅. (Gratis).
- Nr. 20: — *Undgå fugt*. 1954. 3 s. A₅. 1 stk.: kr. 0,40. 100 stk.: kr. 25,-.
- Nr. 21: *Hvilket dæk?* 1954. 20-sidet folder. A₅. Kr. 2,50.
- Nr. 23: *Vinterbyggeri*. 1953. 16 s. A₅. 1 stk.: kr. 1,-. 100 stk.: kr. 50,-.
- Nr. 24: *Udarbejdelse af instruks for varmemestre*, P. Becher og F. Olsen. 1953. 16 s. A₅. 1 stk.: kr. 2,-. 50 stk.: kr. 50,-.

Sætryk

af artikler i tidsskrifter o. lign., omhandlende Institutts arbejde eller forfatter af Instituttet eller dets medarbejdere. Enhedspris for alle sætryk: kr. 1,-.

- Nr. 2: *Byggestandardisering*, Mogens Voltelen. 1949. 6 s. A₄.
- Nr. 7: *Vinterbyggeri i en provinsby og vinterbyggeri på landet*, Asger Schmelling. *Vinterbyggeri i Stockholm*, O. Gerner Hansen. 1950. 12 s. A₄.
- Nr. 9: *Betonegenskabernes afhængighed af materialernes sammensætning*, Niels M. Plum. 1950. 45 s. A₅.
- Nr. 11: *Om anvendelse af lydhastighed i beton til bestemmelse af dens øvrige egenskaber*, Johs. Andersen og Poul Nerenst. 1950. 28 s. A₅.
- Nr. 13: *Hvad koster vinterbyggeri?*, Asger Schmeling. 1950. 4 s. A₄.
- Nr. 17: *Prøving af 11 danske betonblandere*, Per Bredsdorff, Poul Nerenst og Niels M. Plum. 1951. 56 s. A₅.

(Særtypk)

- Nr. 23: *Ekspansions- og sikkerhedssystemer ved centralvarmeanlæg med pumpecirkulation*,
Poul Becher. 1951. 12 s. A₅.
- Nr. 25: *Nye ensilagesiloers beskyttelse mod syreangreb*, Lars Andersen. 1951. 3 s. A₅.
- Nr. 26: *Vinterbyggeri, beretning om et uheld*, O. Gerner Hansen. 1951. 12 s. A₅.
- Nr. 27: *Har vinterbyggeriet formindsket byggefagernes sæsonlighed?*, Lars Andersen. 1951.
6 s. A₄.
- Nr. 28: *Grusets indflydelse på betonens holdbarhed*, Poul Nerenst. 1952. 15 s. A₅.
- Nr. 29: *Wave Velocity in Concrete*, Johannes Andersen and Poul Nerenst. 1952. 23 s.
- Nr. 30: *Kunstig udtrørring af nybygninger ved hjælp af Schwartzkopf-ovne*, H. Dührkop
og Hans Nielsen. 1952. 8 s. A₄.
- Nr. 31: *Ensilagesiloers beskyttelse mod syreangreb, 2. undersøgelse 1951—52*, Erik Laur-
sen. 1952. 5 s. A₅.
- Nr. 32: *Betonkontrol*, Niels Munk Plum. 1953. 81 s. A₅.
- Nr. 33: *Små skorstene*, Poul Becher. 1953. 12 s. A₅.
- Nr. 34: *Træfri gulubelægninger*. 1953. 56 s. A₅.
- Nr. 36: *Varmeøkonometiske undersøgelser i »Pileparken 2« 1950-52*, J. L. Mansa. 1953.
10 s. A₄.
- Nr. 37: *Beton-Rapport-Blanketter*, Niels Munk Plum. 1953. 17 s. A₅.
- Nr. 38: *Lang-tids studier af betons holdbarhed*, Niels Munk Plum. 1953. 5 s. A₅.
- Nr. 39: *Danmarks træforbrug til byggeriet 1939—1952*, K. Agermose og Niels Munk Plum.
1954. 14 s. A₅.
- Nr. 40: *Mørteltilsætningsstoffer til brug ved vinterbyggeri*, O. Gerner Hansen. 1954. 11 s. A₅.
- Nr. 41: *Sandfri beton*, Poul Nerenst og Birger Warris. 1954. 20 s. A₅.
- Nr. 42: *Døgnmiddeltemperaturernes fordeling over året*, Poul Becher. 1954. 4 s. A₄.
- Nr. 43: *Automatisering af centralvarmeanlæg*, V. Korsgård. 1954. 9 s. A₄.
- Nr. 44: *Byggeriets rationalisering, mekanik eller papir*, Philip Arctander. 1954. 4 s. A₅.

Årsberetninger 1947—54

om Institutets virksomhed og administration nr. 1, 2, 3, 4, 5, 6 og 7. Enhedspris for alle årsberetninger:
kr. 2,—.

Alle publikationerne kan købes gennem boghandlerne eller hos Teknisk
Forlag, Vester Farimagsgade 31, København V.

Abonnement på en eller flere serier kan tegnes hos Teknisk Forlag. Her-
ved opnås 25% rabat, som fradragtes, når betalingen opkræves ved
hvert års udløb. For kr. 2,— om året kan man endvidere samme
sted abonnere på de »Forhåndsmeddelelser«, som udsendes ca. 3 uger
før hver publikations fremkomst.

PRIS KR. 1,—